

Prüfungsbericht zur Vordiplomsprüfung Lineare Algebra

Prüfer: Böge

Note: 1,0

Datum: 10.12.2007 (Freitag der 13-te)

Dauer: 45 Min

Frau Böge lässt einem zu Beginn einen Einstiegsbeweis vorführen. Ich wählte die Jordan Normalform. Böge meinte da müsse ich etwas Organisationsgeschick beweisen um das in 5 Minuten unterzubringen. Ich beschränkte mich auf ein Zerfallenes Hauptpolynom und konstruierte die Basis direkt ohne Ihren Weg mit dem Satz von Frobenius. Sie brach mich dann recht früh ab und meinte jetzt würde man ja schon alles sehen.

Wir kamen dann auf die allgemeine Jordan Form zu sprechen, wie der Beweis aus dem Elementarteilersatz folgt und das das Polynom jetzt nicht mehr zerfallen muss. Sehr qualitative Diskussion ohne das ich was aufschrieb.

Nächstes Thema war der Spektralsatz. Hier ergab sich eine kurze Diskussion wie man das den am besten beweist. Sie geht einen Weg über den Dualraum, ich finde die Ausführung im Skript allerdings sehr knapp und habe nur kurz skizziert wie ich es nachrechnen würde, also dass das Orthogonale Komplement eines Eigenvektors bei einem normalen Operator in sich abgebildet wird. Sie wollte dann noch die Anwendung bei reellen Matrizen (die symmetrischen eben) und fragte dann nach Antisymmetrischen, d.h. $M^{ad} = -M$. Nach kurzem Überlegen kam ich darauf dass dann die Eigenwerte komplex, sogar rein imaginär sind. Das sieht man analog zum Beweis das bei selbstadjungierten Matrizen die Eigenwerte reell sind ($\lambda = \bar{\lambda}$). Hier bekommt man eben raus $\lambda \langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}, \lambda \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}, f(\vec{v}) \rangle = \langle -f(\vec{v}), \vec{v} \rangle = -\bar{\lambda} \langle \vec{v}, \vec{v} \rangle$.

Dann sollte ich ihr die Grassmann Algebra erklären. Meine Darstellung war Freitags Ana 3 Skript entnommen und als Anwendung brachte ich dann eben noch Differentialformen. Danach fragte Sie über das kurze Kapitel in Ihrem Skript das auf die Grassmannalgebra folgt und diese benutzt, habe irgendwie den Namen vergessen, hatte mir das nur 2 Tage vorher angesehen.

Weiter wusste ich nicht genau worauf Sie hinauswollte. Ich hatte den Eindruck sie wollte über Grassmann das Determinanten-Multiplikationstheorem für nicht quadratische Matrizen beweisen. Allerdings erwähnt Sie mal eine Cramersche Formel. Im nachhinein glaube ich Sie wollte auf die Cramersche Regel hinaus, bin mir aber nicht sicher. Bekam dann auch nichts zu stande.

Sie meinte dann die Zeit sei eigentlich schon rum, wir könnten ja aber noch kurz projektive Geometrie machen. Hier war ich etwas überrascht, da Sie mir im voraus gesagt hatte ich müsse Geometrie ODER Grassmann Algebra machen. Das sah Sie ein und meinte dann wir hätten ja aber sonst schon alles durch (also außer die erste Hälfte LA1), was ich denn dann vorschlagen würde. In Ermangelung anderer Alternativen wählte ich den Hauptsatz für e.e. abelsche Gruppen.

Habe eben den Satz aus dem Elementarteilersatz gefolgert. Dabei den Elementarteilersatz auch noch etwas erklärt. Auf den Beweis musste ich gar nicht eingehen. Da ich LA nicht bei Frau Böge gehört hatte, hatte ich vorher ihr Skript kopiert. Hier fehlten genau die 2 Seiten des Beweises. Frau Böge meinte sie wüsste das, die seien mal abhanden gekommen. Den Beweis müsse ich dann nicht lernen. Bei der Darstellung gab es dann etwas Verwirrung. Ich folge dabei Matzats Skript wobei Böge dessen Definition von p-Torsion so nicht kannte. Sie favorisiert aber offenbar eh die Darstellung, dass die Ideale einander teilen, und nicht die mit Primidealpotenzen. Ich habe dann eben erwähnt wie man das mit chinesischem Restsatz umformen kann.

Zuletzt kam Sie dann auf die Jordan Normalform zurück. Sie wollte warum hier beim Elementar-

teilerbeweis keine 0 Auftreten kann. (Also in Ihrer Teilerdarstellung) Ich hatte erlich gesagt keine Ahnung. Kam dann aber darauf, dass ja weil der Körper Nullteilerfrei ist dies der Polynomring auch ist, also darf kein Nullpolynom auftauchen. Sie erklärte mir dann aber, dass ja jedes Polynom das Nullpolynom teilen würde, das würde also schon gehen. Mit etwas Hilfe kam ich dann aber darauf. Wenn einmal das Nullpolynom auftaucht muss wegen der Teilerrelation jedes weitere auch das Nullpolynom sein. Andererseits ist das letzte in der Kette aber gerade das Hauptpolynom was eben ungleich Null ist.

Das wars dann (auch schon) gewesen. Ich wurde gebeten kurz draußen zu warten.

Naja, gibt zu Böge wohl nicht viel zu sagen. Sie hat sichtlich Spaß an der Prüfung und freut sich unheimlich wenn der Prüfling die Fragen beantworten kann. Ich denke dass die Prüfung stofflich eher anspruchsvoll war. Schließlich kam fast nur LA2 Stoff dran. Habe ich aber auch selbst so eingeleitet mit der Jordan Normalform. Ich war auch schon im 5. Semester und hatte schon Algebra II bei Böge gehört.

Viel Erfolg!